

Devoir Maison 04

Pour le lundi 5 Octobre 2026

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les étudiants doivent encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.

Exercice 1

On se propose de résoudre l'équation différentielle $(E) : x^2 y'' + 4xy' + 2y = 0$ en utilisant deux méthodes différentes. Il est donc nécessaire de traiter les questions **2** et **3 indépendamment**.

1. L'équation (E) est-elle résoluble ? Quelles limitations ceci introduit-il ?
Pour la suite de cet exercice, nous nous limiterons à $x \in I =]0, +\infty[$
2. Transformer (E) en utilisant le changement de fonction inconnue $z(x) = x^2 y(x)$.
Former l'équation (E_1) dont la fonction z est solution, puis la résoudre.
En déduire les solutions de (E) sur I .
3. Cette fois, on transforme (E) en utilisant le changement de variable $x = e^t$. Quelle est la nouvelle équation (E_2) obtenue ? Résoudre cette équation et en déduire les solutions de (E) sur I . Comparer avec le résultat de la question précédente.