

Programme de Colle 7

Chapitre 6 : Groupes - Anneaux - Corps

Groupes

- Définition LCI, LCE, qualités usuelles et propriétés élémentaires
- Définition de groupe, sous-groupe, caractérisations, intersection
- Morphisme de groupes, image, noyau, caractérisation d'injectif et surjectif

Anneaux, corps

- Définition, formule du binôme de Newton et factorisation de $x^n - y^n$ dans un anneau
- Diviseur de zéro, anneau intègre, intégrité et régularité, groupe des inversibles d'un anneau, morphisme d'anneau
- Définition de corps, $\mathbb{K}$ corps $\Rightarrow \mathbb{K}$ anneau intègre

Calculs dans $\mathbb{C}$

- propriétés de calcul des symboles "somme" et "produit", changement d'indice
- somme des k , k^2 , k^3 , q^k , sommes doubles

Chapitre 7 : Matrices

Calcul matriciel

- Définition et matrices particulières
- Addition, multiplication externe, produit
- Transposition, propriétés, matrices symétriques et antisymétriques
- Anneau des matrices carrées, puissance, puissance d'une matrice diagonale
- Binôme de Newton et factorisation de $A^N - B^N$

Matrices inversibles

- Définition
- Inverse d'un produit, $GL_n(\mathbb{K})$, inverse et transposée
- Manipulations élémentaires et calcul pratique de l'inverse
- Applications aux systèmes

Démonstrations possibles

- unicité du neutre, du symétrique, symétrique de x^{-1} et de $x * y$
- Intersection de sous-groupes et la réunion de 2 sous-groupes n'est pas un sous-groupe sauf si l'un est inclus dans l'autre.
- Caractérisation des morphismes injectifs ou surjectifs
- Somme des k^2 et k^3 .
- Puissance d'une matrice diagonale
- Groupe linéaire