

Programme de Colle 6

Chapitre 5 : Fonctions usuelles

Notions incontournables

- Formule de dérivée d'une composée
- Théorème de bijection continue et dérivabilité de la réciproque

Logarithmes, exponentielle, puissance

- Définition, premières propriétés et limites du logarithme, de l'exponentielle
- Equation fonctionnelle du logarithme, définition de la fonction puissance

Fonctions circulaires directes

- Définition et premières propriétés du sinus, cosinus et tangente
- Equations élémentaires, formules d'addition, produits en sommes et sommes en produits

Fonctions circulaires réciproques

- Définition et premières propriétés
- $\forall x \in [-1, 1], \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{x}{|x|} \frac{\pi}{2}$
- Dérivées et compléments sur les primitives d'inverse de polynômes de degré 1 ou 2

Fonctions hyperboliques

- Définition et premières propriétés, dérivées (donc primitives)

- $\forall x \in \mathbb{R}, \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ et $1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\cosh^2 x}$

Exponentielle complexe

- Définition et dérivation de l'exponentielle complexe

Chapitre 6 : Groupes - Anneaux - Corps

Groupes

- Définition LCI, LCE, qualités usuelles et propriétés élémentaires
- Définition de groupe, sous-groupe, caractérisations, intersection
- Morphisme de groupes, image, noyau, caractérisation d'injectif et surjectif

Anneaux, corps

- Définition, formule du binôme de Newton et factorisation de $x^n - y^n$ dans un anneau
- Diviseur de zéro, anneau intègre, intégrité et régularité, groupe des inversibles d'un anneau, morphisme d'anneau
- Définition de corps, $\mathbb{K} \text{ corps} \Rightarrow \mathbb{K} \text{ anneau intègre}$

Démonstrations possibles

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x)$
- $\forall x \in [-1, 1], \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{x}{|x|} \frac{\pi}{2}$
- Calcul de la dérivée des fonctions arcsin et arccos
- Unicité du neutre, du symétrique, symétrique de x^{-1} et de $x * y$
- Intersection de sous-groupes et la réunion de 2 sous-groupes n'est pas un sous-groupe sauf si l'un est inclus dans l'autre.
- Caractérisation des morphismes injectifs ou surjectifs