

Programme de Colle 27

Chapitre 24 : Intégration sur un segment

Continuité uniforme

- Définition, lien avec la continuité
- Théorème de Heine

Fonctions en escalier

- subdivision d'un segment, définition de fonction en escalier sur un segment
- définition d'intégrale d'une fonction en escalier, propriétés de linéarité, Chasles, croissance

Fonctions continues par morceaux

- Définition, fonction continue par morceaux sur un segment bornée
- Approximation uniforme et encadrement d'une fonction continue sur un segment par des fonctions en escalier
- Intégrale d'une fonction continue par morceaux
- Linéarité, Chasles, Croissance, Cauchy-Schwarz, Minkowski, valeur moyenne, inégalité de la moyenne
- Fonction continue positive d'intégrale nulle et cas d'égalité de Cauchy-Schwarz

Fonction définie par une intégrale

- Théorème de Leibniz, égalité de la moyenne
- Formule de Taylor avec reste intégrale et inégalité de Taylor-Lagrange

Approximation d'une intégrale

- Somme de Riemann, approximation de l'intégrale d'une fonction continue, lipschitzienne

Chapitre 25 : Fonctions de 2 variables

Définitions

- Parties ouvertes de $\mathbb{R}^2$, fonctions de 2 variables
- Limites, limites et applications partielles
- Continuité, opérations sur les fonctions continues, continuité des projections canoniques

Dérivées partielles

- Dérivée selon un vecteur, propriétés
- Dérivées partielles premières

Démonstrations possibles

- Approximation uniforme d'une fonction continue par des fonctions en escalier
- Inégalités de Cauchy-Schwarz et de Minkowski
- Fonction continue positive d'intégrale nulle
- Théorème de Leibniz
- Limites et applications partielles
- Continuité d'une composée