

Programme de Colle 26

Chapitre 23 : Espaces euclidiens

Orthogonalité

- Définition, propriétés de l'orthogonal d'une partie
- Familles orthogonales, liberté, relation de Pythagore

Espaces euclidiens

- Orthogonalisation de Gram-Schmidt
- Expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormale
- Supplémentaire orthogonal, hyperplan et vecteur normal
- Projection orthogonal, caractérisation avec le produit scalaire, calcul de l'image, distance à un SEV
- Symétrie orthogonale, caractérisation avec le produit scalaire

Chapitre 24 : Intégration sur un segment

Continuité uniforme

- Définition, lien avec la continuité
- Théorème de Heine

Fonctions en escalier

- subdivision d'un segment, définition de fonction en escalier sur un segment
- définition d'intégrale d'une fonction en escalier, propriétés de linéarité, Chasles, croissance

Fonctions continues par morceaux

- Définition, fonction continue par morceaux sur un segment bornée
- Approximation uniforme et encadrement d'une fonction continue sur un segment par des fonctions en escalier
- Intégrale d'une fonction continue par morceaux
- Linéarité, Chasles, Croissance, Cauchy-Schwarz, Minkowski, valeur moyenne, inégalité de la moyenne
- Fonction continue positive d'intégrale nulle et cas d'égalité de Cauchy-Schwarz

Démonstrations possibles

- Propriétés de l'orthogonal d'une partie
- Caractérisation des projecteurs orthogonaux avec le produit scalaire
- Bijection entre E et son dual
- Approximation uniforme d'une fonction continue par des fonctions en escalier
- Inégalités de Cauchy-Schwarz et de Minkowski
- Fonction continue positive d'intégrale nulle