

Programme de Colle 24

Chapitre 21 : Espaces vectoriels de dimension finie

Applications linéaires

- Rang d'une application linéaire, formule du rang
- Invariance du rang par isomorphisme, caractérisation des isomorphismes entre espaces de même dimension
- Hyperplans, caractérisation par supplémentaire de dimension 1 et par noyau de forme linéaire non nulle, équation cartésienne d'hyperplan

Chapitre 22 : Matrices

Calcul matriciel

- Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{K})$,
- Transposition, SEV des matrices symétriques et antisymétriques
- Isomorphisme d'EV $\mathcal{L}(E, F) \rightarrow \mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{K})$

Matrices inversibles

- Régularité et inversibilité
- Inversibilité d'un produit
- Matrices de passage

Rang et trace d'une matrice

- Définition de rang, invariance par multiplication par une inversible
- Caractérisation du rang, manipulations élémentaires
- Matrices semblables
- Définition de trace, égalité pour des matrices semblables, trace d'un endomorphisme

Chapitre 23 : Espaces euclidiens

Produit scalaire, norme associée

- Définition du produit scalaire sur un $\mathbb{R}$ -ev, espace préhilbertien, espace euclidien
- Produits scalaires canoniques de $\mathbb{R}^n$ et de $\mathcal{C}^0(I, \mathbb{R})$
- Expression analytique d'un produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwarz
- Définition de norme, inégalité triangulaire inversée
- Norme euclidienne, identités de polarisation et du parallélogramme,

Démonstrations possibles

- Théorème du rang
- Caractérisation des isomorphismes pour E et F de même dimension finie
- Régularité d'un produit
- Caractérisation du rang
- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Norme associée à un produit scalaire