

Programme de Colle 20

Chapitre 17 : Arithmétique des polynômes

Multiples et diviseurs

- Définition, polynômes associés
- Caractérisation des ensembles de la forme $A\mathbb{K}[X]$
- PPCM, PGCD, propriétés, algorithme d'Euclide
- Théorème de Bézout, de Gauss

Polynômes irréductibles

- Définition et propriétés
- Décomposition primaire, théorème de d'Alembert-Gauss
- zéros complexes des polynômes à coefficients réels

Polynômes d'interpolation de Lagrange

- Définition, propriété d'interpolation

Chapitre 18 : Fractions rationnelles

Corps des Fractions rationnelles

- Définition, représentant
- Degré, opérations et degré
- Représentant irréductible, irréductible unitaire
- Zéros et pôles d'une fraction rationnelle irréductible

Décomposition en éléments simples

- Définition, partie entière et partie fractionnaire
- Décomposition pour un dénominateur égal à un produit de poly premiers entre eux 2 à 2.
- Décomposition pour un dénominateur égal à une puissance d'un polynôme.
- Décomposition dans $\mathbb{C}(X)$ et dans $\mathbb{R}(X)$

Méthodes pratiques

- Cas d'un pôle simple
- Astuces (substituer une valeur réelle, complexe, limite, parité, $\mathbb{C}(X) \rightarrow \mathbb{R}(X)$, symétries)
- Application aux calculs de primitives

Démonstrations possibles

- Caractérisation des ensembles de la forme $A\mathbb{K}[X]$
- Gauss et trois conséquences
- Lemme de Lagrange et polynôme d'interpolation de Lagrange
- Existence des représentants irréductibles
- Existence de la décomposition pour un dénominateur produit de polynômes premiers entre eux.
- Pôle simple et application à la décomposition de $\frac{P'}{P}$ où P scindé.