

# Programme de Colle 13

## Chapitre 11 : Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

### Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

- Division euclidienne, relation "divise"
- Relation de congruence, classes d'équivalence,
- Les sous-groupes de  $\mathbb{Z}$ , PPCM, PGCD, Algorithme d'Euclide
- Théorème de Gauss et de Bézout
- PGCD de  $n$  entiers, relation de Bézout

### Nombres premiers

Définition, diviseurs premiers, décomposition, valuation p-adique

### Petit théorème de Fermat

Combinaison et congruence, petit théorème de Fermat

## Chapitre 12 : Polynômes

### Ensemble $\mathbb{K}[X]$

- Définition (suite à support fini), polynôme nul, constant, monôme
- Degré, valuation, coefficient dominant, polynôme unitaire
- Somme, produit externe, produit et degré, substitution
- Division euclidienne

### Polynôme Dérivé

- Dérivée formelle
- propriétés de calcul de la dérivée (degré, linéarité, produit)
- Formule de Taylor

### Fonction polynôme et zéros

- Zéro, Zéro et divisibilité
- Zéro d'ordre  $k$ , zéros multiples et factorisation, et dérivation
- Polynôme scindé, relation coefficients-racines

## *Démonstrations possibles*

- Les sous-groupes de  $\mathbb{Z}$
- Théorème de Bézout et de Gauss
- Combinaison et congruence, petit théorème de Fermat
- Division euclidienne des polynômes
- Formule de Taylor pour les polynômes
- Zéros distincts, divisibilité et conséquences
- Bonne année 2023