

## Programme de Colle 17

### Chapitre 14 : Développements limités

#### Comparaison de fonctions

- Définition de dominée, négligeable
- Cinq négligeabilités utiles, règles de calcul avec "o" et "O"
- Définition de fonctions équivalentes, relation d'équivalence (réflexive, symétrique transitive),
- 8 outils de calcul des équivalents, 4 équivalents de référence

#### Développements limités

- Définition, unicité, troncature
- DL et limite, DL et dérivabilité, Taylor-Young, DL et équivalents
- 8 DL usuels, somme, produit, composition, quotient, intégration
- DL en a, Développement asymptotique, généralisé
- Applications : limites, tangentes, branches infinies
- Suites et comparaison, suites extraites

### Chapitre 15 : Espaces Vectoriels

#### Espace vectoriel

- Définition, exemples, propriétés élémentaires de calcul
- SEV, caractérisation, intersection, produit cartésien
- Combinaison linéaire, famille libre, liée
- $Vect(A)$ , famille génératrice, base et coordonnées, bases de polynômes à degrés échelonnés
- Somme de SEV,  $A + B = Vect(A \cup B)$ , somme directe, caractérisation de la somme directe
- Sous-espaces supplémentaires, unicité de la décomposition de tout vecteur, caractérisation par les bases

### *Démonstrations possibles*

- Unicité du DL
- DL et dérivabilité
- Comparaison des suites de référence
- $Vect(A) =$  ensemble des C.L.
- Base de polynômes à degrés échelonnés
- $A + B = Vect(A \cup B)$

# Programme de Colle 18

## Chapitre 15 : Espaces Vectoriels

### Espace vectoriel

- Définition, exemples, propriétés élémentaires de calcul
- SEV, caractérisation, intersection, produit cartésien
- Combinaison linéaire, famille libre, liée
- $Vect(A)$ , famille génératrice, base et coordonnées, bases de polynômes à degrés échelonnés
- Somme de SEV,  $A + B = Vect(A \cup B)$ , somme directe, caractérisation de la somme directe
- Sous-espaces supplémentaires, unicité de la décomposition de tout vecteur, caractérisation par les bases

## Chapitre 16 : Arithmétique des polynômes

### Multiples et diviseurs

- Définition, polynômes associés
- Caractérisation des ensembles de la forme  $A\mathbb{K}[X]$
- PPCM, PGCD, propriétés, algorithme d'Euclide
- Théorème de Bézout, de Gauss

### Polynômes irréductibles

- Définition et propriétés
- Décomposition primaire, théorème de d'Alembert-Gauss
- zéros complexes des polynômes à coefficients réels

### Polynômes d'interpolation de Lagrange

- Définition, propriété d'interpolation

## *Démonstrations possibles*

- $Vect(A) =$  ensemble des C.L.
- Base de polynômes à degrés échelonnés
- $A + B = Vect(A \cup B)$
- Caractérisation des ensembles de la forme  $A\mathbb{K}[X]$
- Gauss et trois conséquences
- Lemme de Lagrange et polynôme d'interpolation de Lagrange

# Programme de Colle 19

## Chapitre 16 : Arithmétique des polynômes

### Multiples et diviseurs

- Définition, polynômes associés
- Caractérisation des ensembles de la forme  $A\mathbb{K}[X]$
- PPCM, PGCD, propriétés, algorithme d'Euclide
- Théorème de Bézout, de Gauss

### Polynômes irréductibles

- Définition et propriétés
- Décomposition primaire, théorème de d'Alembert-Gauss
- zéros complexes des polynômes à coefficients réels

### Polynômes d'interpolation de Lagrange

- Définition, propriété d'interpolation

## Chapitre 17 : Applications linéaires

### Définitions

- application linéaire, endo, iso, automorphisme, forme linéaire
- composition, addition, multiplication par un scalaire d'applications linéaires
- image et noyau, injection et surjection

### Applications linéaires et bases

- Détermination par l'image d'une base, expression analytique
- injection, surjection, bijection et image d'une base
- utilisation de SEV supplémentaires

### Projections, symétries, homothéties

- définition de projection, symétrie, homothétie
- propriétés et caractérisation des projections et symétries

## *Démonstrations possibles*

- Caractérisation des ensembles de la forme  $A\mathbb{K}[X]$
- Gauss et trois conséquences
- Lemme de Lagrange et polynôme d'interpolation de Lagrange
- $\mathcal{L}(E, F)$  est un SEV de  $\mathcal{F}(E, F)$ .
- Image directe et réciproque de SEV
- Injection, surjection et image d'une base

# Programme de Colle 20

## Chapitre 17 : Applications linéaires

### Définitions

- application linéaire, endo, iso, automorphisme, forme linéaire
- composition, addition, multiplication par un scalaire d'applications linéaires
- image et noyau, injection et surjection

### Applications linéaires et bases

- Détermination par l'image d'une base, expression analytique
- injection, surjection, bijection et image d'une base
- utilisation de SEV supplémentaires

### Projections, symétries, homothéties

- définition de projection, symétrie, homothétie
- propriétés et caractérisation des projections et symétries

## Chapitre 18 : Fractions rationnelles

### Corps des Fractions rationnelles

- Définition, représentant
- Degré, opérations et degré
- Représentant irréductible, irréductible unitaire
- Zéros et pôles d'une fraction rationnelle irréductible

### Décomposition en éléments simples

- Définition, partie entière et partie fractionnaire
- Décomposition pour un dénominateur égal à un produit de poly premiers entre eux 2 à 2.
- Décomposition pour un dénominateur égal à une puissance d'un polynôme.
- Décomposition dans  $\mathbb{C}(X)$  et dans  $\mathbb{R}(X)$

### Méthodes pratiques

- Cas d'un pôle simple
- Astuces (substituer une valeur réelle, complexe, limite, parité,  $\mathbb{C}(X) \rightarrow \mathbb{R}(X)$ , symétries)
- Application aux calculs de primitives

## *Démonstrations possibles*

- $\mathcal{L}(E, F)$  est un SEV de  $\mathcal{F}(E, F)$ .
- Image directe et réciproque de SEV
- Injection, surjection et image d'une base
- Existence des représentants irréductibles
- Existence de la décomposition pour un dénominateur produit de polynômes premiers entre eux.
- Pôle simple et application à la décomposition de  $\frac{P'}{P}$  où  $P$  scindé.