Programme de Colle 5

Chapitre 4 : Nombres complexes

Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes

- Ecriture algébrique, conjugaison et propriétés, module et propriétés

L'ensemble $\mathcal{U}$

- Ecriture trigonométrique, définition de l'exponentielle complexe
- Argument d'un produit, relation d'Euler et formule de Moivre
- Transformation de $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$, linéarisation de $\cos^n(\theta)$ et $\sin^n(\theta)$
- Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ et $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

Equations algébriques

- Racine n^{ieme} d'un complexe non nul, racine n^{ieme} de l'unité (somme, j)
- Equation du second degré, relation entre coefficients et solutions

Géométrie plane

- Angles, traduction du parallélisme, de l'alignement, de l'orthogonalité
- Ecriture $z \mapsto az + b$ d'une homothétie, rotation et similitude directe

Chapitre 5 : Fonctions usuelles

Notions incontournables

- Formule de dérivée d'une composée
- Théorème de bijection continue et dérivabilité de la réciproque

Logarithmes, exponentielle, puissance

- Définition, premières propriétés et limites du logarithme, de l'exponentielle
- Equation fonctionnelle du logarithme, définition de la fonction puissance

Fonctions circulaires directes

- Définition et premières propriétés du sinus, cosinus et tangente
- Equations élémentaires, formules d'addition, produits en sommes et sommes en produits

Fonctions circulaires réciproques

- Définition et premières propriétés
- $\forall x \in [-1, 1], \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$
- Dérivées

Démonstrations possibles

- Inégalité triangulaire pour le module
- Formule de Moivre pour $n \in \mathbb{N}$ puis dans $\mathbb{Z}$
- Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ et $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x)$
- $\forall x \in [-1, 1], \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$
- Calcul de la dérivée des fonctions arcsin et arccos

Programme de Colle 6

Chapitre 5 : Fonctions usuelles

Notions incontournables

- Formule de dérivée d'une composée
- Théorème de bijection continue et dérivabilité de la réciproque

Logarithmes, exponentielle, puissance

- Définition, premières propriétés et limites du logarithme, de l'exponentielle
- Equation fonctionnelle du logarithme, définition de la fonction puissance

Fonctions circulaires directes

- Définition et premières propriétés du sinus, cosinus et tangente
- Equations élémentaires, formules d'addition, produits en sommes et sommes en produits

Fonctions circulaires réciproques

- Définition et premières propriétés
- $\forall x \in [-1, 1], \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{x}{|x|} \frac{\pi}{2}$
- Dérivées et compléments sur les primitives d'inverse de polynômes de degré 1 ou 2

Fonctions hyperboliques

- Définition et premières propriétés, dérivées (donc primitives)

- $\forall x \in \mathbb{R}, \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ et $1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\cosh^2 x}$

Exponentielle complexe

- Définition et dérivation de l'exponentielle complexe

Chapitre 6 : Groupes - Anneaux - Corps

Groupes

- Définition LCI, LCE, qualités usuelles et propriétés élémentaires
- Définition de groupe, sous-groupe, caractérisations, intersection
- Morphisme de groupes, image, noyau, caractérisation d'injectif et surjectif

Anneaux, corps

- Définition, formule du binôme de Newton et factorisation de $x^n - y^n$ dans un anneau
- Diviseur de zéro, anneau intègre, intégrité et régularité, groupe des inversibles d'un anneau, morphisme d'anneau
- Définition de corps, $\mathbb{K} \text{ corps} \Rightarrow \mathbb{K} \text{ anneau intègre}$

Démonstrations possibles

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x)$
- $\forall x \in [-1, 1], \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}^*, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{x}{|x|} \frac{\pi}{2}$
- Calcul de la dérivée des fonctions arcsin et arccos
- Unicité du neutre, du symétrique, symétrique de x^{-1} et de $x * y$
- Intersection de sous-groupes et la réunion de 2 sous-groupes n'est pas un sous-groupe sauf si l'un est inclus dans l'autre.
- Caractérisation des morphismes injectifs ou surjectifs

Programme de Colle 7

Chapitre 6 : Groupes - Anneaux - Corps

Groupes

- Définition LCI, LCE, qualités usuelles et propriétés élémentaires
- Définition de groupe, sous-groupe, caractérisations, intersection
- Morphisme de groupes, image, noyau, caractérisation d'injectif et surjectif

Anneaux, corps

- Définition, formule du binôme de Newton et factorisation de $x^n - y^n$ dans un anneau
- Diviseur de zéro, anneau intègre, intégrité et régularité, groupe des inversibles d'un anneau, morphisme d'anneau
- Définition de corps, $\mathbb{K}$ corps $\Rightarrow \mathbb{K}$ anneau intègre

Calculs dans $\mathbb{C}$

- propriétés de calcul des symboles "somme" et "produit", changement d'indice
- somme des k , k^2 , k^3 , q^k , sommes doubles

Chapitre 7 : Matrices

Calcul matriciel

- Définition et matrices particulières
- Addition, multiplication externe, produit
- Transposition, propriétés, matrices symétriques et antisymétriques
- Anneau des matrices carrées, puissance, puissance d'une matrice diagonale
- Binôme de Newton et factorisation de $A^N - B^N$

Matrices inversibles

- Définition
- Inverse d'un produit, $GL_n(\mathbb{K})$, inverse et transposée
- Manipulations élémentaires et calcul pratique de l'inverse
- Applications aux systèmes

Démonstrations possibles

- unicité du neutre, du symétrique, symétrique de x^{-1} et de $x * y$
- Intersection de sous-groupes et la réunion de 2 sous-groupes n'est pas un sous-groupe sauf si l'un est inclus dans l'autre.
- Caractérisation des morphismes injectifs ou surjectifs
- Somme des k^2 et k^3 .
- Puissance d'une matrice diagonale
- Groupe linéaire

Programme de Colle 8

Chapitre 6 : Groupes - Anneaux - Corps

Calculs dans $\mathbb{C}$

- propriétés de calcul des symboles "somme" et "produit", changement d'indice
- somme des k, k^2, k^3, q^k , sommes doubles

Chapitre 7 : Matrices

Calcul matriciel

- Définition et matrices particulières
- Addition, multiplication externe, produit
- Transposition, propriétés, matrices symétriques et antisymétriques
- Anneau des matrices carrées, puissance, puissance d'une matrice diagonale
- Binôme de Newton et factorisation de $A^N - B^N$

Matrices inversibles

- Définition
- Inverse d'un produit, $GL_n(\mathbb{K})$, inverse et transposée
- Manipulations élémentaires et calcul pratique de l'inverse
- Applications aux systèmes

Chapitre 8 : Les Nombres réels

Notion d'ordre

- Définition de relation d'ordre sur un ensemble E
- Définition de majorant, minorant, plus grand et plus petit élément, borne supérieure, et inférieure.

Corps des réels

- $\mathbb{R}$ corps commutatif, muni de $\leq$ ordre total compatible avec l'addition et la multiplication par un réel positif
- premières propriétés de $\leq$
- Propriétés d'Archimède

Approximation dans $\mathbb{R}$

- Congruence : relation d'équivalence, compatibilité avec l'addition
- Partie entière : encadrements

Démonstrations possibles

- Somme des k^2 et k^3 .
- Puissance d'une matrice diagonale
- Groupe linéaire
- Unicité s'il existe du plus grand élément
- Premières propriétés de $\leq$ dans $\mathbb{R}$
- Propriétés d'Archimède