

# Devoir Maison 04

Pour le lundi 14 Octobre 2024

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les étudiants doivent encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.

## Exercice 1

On considère l'équation différentielle  $(E) : y'' + 3y' + 2y = \frac{x-1}{x^2}e^{-x}$  définie sur  $]0; +\infty[$

1. Démontrer que la fonction  $p$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $p(x) = e^{-x} \ln x$  est solution de  $(E)$
2. Résoudre  $(E)$  sur  $]0; +\infty[$ .
3. Déterminer la solution  $f$  vérifiant  $f(1) = 0$  et  $f'(1) = \frac{1}{e}$
4. Etudier les variations de  $f$ .

## Exercice 2

On se propose de déterminer toutes les applications dérivables  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , solutions de l'équation

$$(\mathcal{E}) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) + f(-x) = (2 - 2x)e^x$$

1. Montrer que toute solution de  $(\mathcal{E})$  est deux fois dérivable et est solution de l'équation différentielle

$$(\mathcal{F}) \quad y'' + y = (2 + 2x)e^{-x} - 2xe^x$$

2. Résoudre l'équation différentielle  $(\mathcal{F})$ .
3. En déduire les solutions de  $(\mathcal{E})$ .