

Devoir Maison 12

Pour le 29 janvier 2024

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les étudiants doivent encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.

Exercice 1

1. Calculer $\tan(3\theta)$ en fonction de $\tan \theta$.
2. En déduire la représentation graphique de la fonction définie par $f(x) = \operatorname{Arctan} \frac{3x-x^3}{1-3x^2}$

Exercice 2

Soit, pour $x \in I =]0, \pi[$, les deux équations différentielles suivantes :

$$(E_1) : y' \sin(x) - y \cos(x) = \sin^2(x) e^x$$

$$(E_2) : y'' + y = (\sin(x) + 2 \cos(x)) e^x$$

1. Sans intégrer les équations, montrer que l'ensemble des solutions de (E_1) est inclus dans l'ensemble des solutions de (E_2) .
2. (a) Justifier le changement de fonction inconnue $z = \frac{y}{e^x}$.
(b) Quelle est l'équation (E_3) obtenue quand on applique ce changement à (E_2) ?
(c) Intégrer (E_3) .
En déduire les solutions réelles de (E_2) , puis les solutions réelles de (E_1) .
3. Intégrer directement l'équation (E_1) . Comparer les résultats.