

Devoir Maison 10

Pour le lundi 12 Janvier 2026

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les étudiants doivent encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.

Exercice 1

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. On pose $f(x) = \text{Arcsin}(\sin x) - x$ et on note (\mathcal{C}) sa représentation graphique.
 - (a) Montrer que f est définie sur \mathbb{R} et vérifie : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x + 2\pi) = f(x) - 2\pi$.
En déduire qu'il est possible de limiter l'étude de f à l'intervalle $[0, \pi]$ (on précisera les transformations géométriques nécessaires pour en déduire toute la courbe).
 - (b) Donner en fonction de x , la valeur de $f(x)$ sur l'intervalle $I = [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$.
(il faudra distinguer deux cas).
 - (c) Donner la représentation de f sur l'intervalle $[-10, 10]$.
2. On note (\mathcal{S}) l'ensemble des points $M(x, y)$ dont les coordonnées vérifient $f(x) + f(y) = 0$.
 - (a) Montrer que (\mathcal{S}) est globalement invariant par translation de vecteur $2\pi \left(\vec{i} - \vec{j} \right)$.
 - (b) Déterminer les éléments de (\mathcal{S}) pour lesquels $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
 - (c) En déduire la représentation de (\mathcal{S}) pour $x \in [-10, 10]$.