

Devoir Maison 08

Pour le lundi 4 Décembre 2023

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les étudiants doivent encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.

Exercice 1

On se propose de déterminer toutes les applications dérivables $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, solutions de l'équation

$$(\mathcal{E}) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) + f(-x) = (2 - 2x)e^x$$

1. Montrer que si f est solution de (\mathcal{E}) sur \mathbb{R} alors f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} et est solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle

$$(\mathcal{F}) \quad y'' + y = (2 + 2x)e^{-x} - 2xe^x$$

On pourra commencer par isoler f' dans (\mathcal{E}) et voir que f' est opérations de fonctions dérivables.

2. Résoudre l'équation différentielle (\mathcal{F}) .
3. En déduire les solutions de (\mathcal{E}) .