

Programme de Colle 13

Chapitre 11 : Arithmétique dans \mathbb{Z}

Arithmétique dans \mathbb{Z}

- Division euclidienne, relation "divise"
- Relation de congruence, classes d'équivalence,
- Les sous-groupes de \mathbb{Z} , PPCM, PGCD, Algorithme d'Euclide
- Théorème de Gauss et de Bézout
- PGCD de n entiers, relation de Bézout

Nombres premiers

Définition, diviseurs premiers, décomposition, valuation p-adique

Petit théorème de Fermat

Combinaison et congruence, petit théorème de Fermat

Chapitre 12 : Polynômes

Ensemble $\mathbb{K}[X]$

- Définition (suite à support fini), polynôme nul, constant, monôme
- Degré, valuation, coefficient dominant, polynôme unitaire
- Somme, produit externe, produit et degré, substitution
- Division euclidienne

Polynôme Dérivé

- Dérivée formelle
- propriétés de calcul de la dérivée (degré, linéarité, produit)
- Formule de Taylor

Fonction polynôme et zéros

- Zéro, Zéro et divisibilité
- Zéro d'ordre k , zéros multiples et factorisation, et dérivation
- Polynôme scindé, relation coefficients-racines

Démonstrations possibles

- Les sous-groupes de \mathbb{Z}
- Théorème de Bézout et de Gauss
- Combinaison et congruence, petit théorème de Fermat
- Division euclidienne des polynômes
- Formule de Taylor pour les polynômes
- Zéros distincts, divisibilité et conséquences
- Bonne année 2023

Programme de Colle 14

Chapitre 12 : Polynômes

Ensemble $\mathbb{K}[X]$

- Définition (suite à support fini), polynôme nul, constant, monôme
- Degré, valuation, coefficient dominant, polynôme unitaire
- Somme, produit externe, produit et degré, substitution
- Division euclidienne

Polynôme Dérivé

- Dérivée formelle
- propriétés de calcul de la dérivée (degré, linéarité, produit)
- Formule de Taylor

Fonction polynôme et zéros

- Zéro, Zéro et divisibilité
- Zéro d'ordre k , zéros multiples et factorisation, et dérivation
- Polynôme scindé, relation coefficients-racines

Chapitre 13 : Dérivation des fonctions à valeurs réelles

Fonctions dérivables

- Définitions, tangentes, lien entre dérivabilité et continuité
- Opérations sur les dérivées, dérivée d'une fonction réciproque, dérivées usuelles

Dérivées d'ordre supérieur

- Classe d'une fonction, formule de Leibniz

Etude globale des fonctions dérivables

- Extrémum d'une fonction dérivable
- Théorèmes de Rolle et des accroissements finis
- Fonction lipschitzienne et dérivabilité
- Dérivée d'une fonction prolongée
- Etude des variations, extrémum
- Fonctions convexes

Démonstrations possibles

- Zéros distincts, divisibilité et conséquences
- Produit de fonctions dérivables
- Extrémum d'une fonction dérivable
- Théorème de Rolle
- Généralisation de Rolle à un intervalle $[a; +\infty[$ (plus long)
- Théorème des accroissements finis

Programme de Colle 15

Chapitre 13 : Dérivation des fonctions à valeurs réelles

Fonctions dérivables

- Définitions, tangentes, lien entre dérivabilité et continuité
- Opérations sur les dérivées, dérivée d'une fonction réciproque, dérivées usuelles

Dérivées d'ordre supérieur

- Classe d'une fonction, formule de Leibniz

Etude globale des fonctions dérivables

- Extrênum d'une fonction dérivable
- Théorèmes de Rolle et des accroissements finis
- Fonction lipschitzienne et dérivabilité
- Dérivée d'une fonction prolongée
- Etude des variations, extrênum
- Fonctions convexes
- Complément sur les branches infinies
- Complément sur les suites récurrentes
- Cas des fonctions complexes

Chapitre 14 : Développement limités

Comparaison de fonctions

- Définition de dominée, négligeable
- Cinq négligeabilités utiles, règles de calcul avec "o" et "O"
- Définition de fonctions équivalentes, relation d'équivalence (réflexive, symétrique transitive),
- 8 outils de calcul des équivalents, 4 équivalents de référence

Développements limités

- Définition, unicité, troncature
- DL et limite, DL et dérivabilité, Taylor-Young, DL et équivalents
- 8 DL usuels

Démonstrations possibles

- Produit de fonctions dérivables
- Théorème de Rolle
- Généralisation de Rolle à un intervalle $[a; +\infty[$ (plus long)
- Théorème des accroissements finis
- Unicité du DL
- DL et dérivabilité

Programme de Colle 16

Chapitre 13 : Dérivation des fonctions à valeurs réelles

Etude globale des fonctions dérivables

- Extrémum d'une fonction dérivable
- Théorèmes de Rolle et des accroissements finis
- Fonction lipschitzienne et dérivabilité
- Dérivée d'une fonction prolongée
- Etude des variations, extrémum
- Fonctions convexes
- Complément sur les branches infinies
- Complément sur les suites récurrentes
- Cas des fonctions complexes

Chapitre 14 : Développements limités

Comparaison de fonctions

- Définition de dominée, négligeable
- Cinq négligeabilités utiles, règles de calcul avec "o" et "O"
- Définition de fonctions équivalentes, relation d'équivalence (réflexive, symétrique transitive),
- 8 outils de calcul des équivalents, 4 équivalents de référence

Développements limités

- Définition, unicité, troncature
- DL et limite, DL et dérivabilité, Taylor-Young, DL et équivalents
- 8 DL usuels, somme, produit, composition, quotient, intégration
- DL en a, Développement asymptotique, généralisé
- Applications : limites, tangentes, branches infinies
- Suites et comparaison, suites extraites

Démonstrations possibles

- Théorème de Rolle
- Généralisation de Rolle à un intervalle $[a; +\infty[$ (plus long)
- Théorème des accroissements finis
- Unicité du DL
- DL et dérivabilité
- Comparaison des suites de référence